

Министерство науки и высшего образования РФ  
ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный университет»  
Факультет математики, информационных и авиационных технологий

Богданов А.Ю.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ «Численные методы»**

для студентов всех специальностей и направлений факультета математики,  
информационных и авиационных технологий

Ульяновск, 2022

Методические указания для самостоятельной работы по дисциплине «Численные методы» для студентов всех специальностей и направлений факультета математики, информационных и авиационных технологий/ составитель: Богданов А.Ю. – Ульяновск: УлГУ, 2022.

Настоящие методические указания предназначены для организации самостоятельной работы студентов всех специальностей и направлений ФМИАТ по дисциплине «Численные методы». В пособии представлена литература по дисциплине, основные темы курса и рекомендации по самостоятельному изучению теоретического и практического материала.

Методические указания будут полезны студентам при подготовке к лекционным, практическим и лабораторным занятиям, а также к итоговой аттестации по данной дисциплине.

*Рекомендованы к введению в образовательный процесс  
Ученым советом Факультета математики, информационных и авиационных технологий  
УлГУ  
(протокол № 3/22 от 19 апреля 2022 г.)*

## 1. ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### Основная литература

1. Вержбицкий В.М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. пособие / Вержбицкий Валентин Михайлович. - Москва : Высшая школа, 2001.
2. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики : учеб. пособие / Демидович Борис Павлович, И. А. Марон. - 7-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2009.
3. Численные методы : учебник и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.] ; под редакцией У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 421 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03141-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/431961>
4. Орешкова М.Н., Численные методы / Орешкова М.Н. - Архангельск : ИД САФУ, 2015. - 120 с. - ISBN 978-5-261-01040-1 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785261010401.html>

### Дополнительная

1. Зализняк, В. Е. Численные методы. Основы научных вычислений : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Е. Зализняк. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 356 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02714-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/431899>
2. Гильмутдинов Р.Ф., Численные методы : учебное пособие / Гильмутдинов Р.Ф. - Казань : Издательство КНИТУ, 2018. - 92 с. - ISBN 978-5-7882-2427-5 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788224275.html>
3. Кондаков, Н. С. Основы численных методов : практикум / Н. С. Кондаков. — М. : Московский гуманитарный университет, 2014. — 92 с. — ISBN 978-5-98079-981-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/39690.html>

### Учебно-методическая

1. Бурмистрова, В. Г. Численные методы: задачи и их решения : учеб.-метод. пособие для вузов / В. Г. Бурмистрова, С. А. Хрусталева. - Ульяновск : УлГУ, 2009.- URL^ <ftp://10.2.96.134/Text/burmistrova.pdf>
2. Ефременков И. В. Методические рекомендации по выполнению лабораторных работ, связанных с моделированием процессов теплового нагружения печатных плат в программном продукте IcePak : для студентов направления бакалавриата "Авиационное" и "Автоматизация технологических процессов и производств" / И. В. Ефременков; УлГУ, ФМИиАТ. - Ульяновск : УлГУ, 2019. - Загл. с экрана; Неопубликованный ресурс. - Электрон. текстовые дан. (1 файл : 2,39 Мб). - Текст : электронный. <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/2007>

## 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

### Раздел 1. Введение

С теоретическим и практическим материалом по данной теме можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Вержбицкий В.М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. пособие / Вержбицкий Валентин Михайлович. - Москва : Высшая школа, 2001.
2. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики : учеб. пособие / Демидович Борис Павлович, И. А. Марон. - 7-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2009.
3. Численные методы : учебник и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.] ; под редакцией У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 421 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03141-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/431961>
4. Орешкова М.Н., Численные методы / Орешкова М.Н. - Архангельск : ИД САФУ, 2015. - 120 с. - ISBN 978-5-261-01040-1 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785261010401.html>
5. Зализняк, В. Е. Численные методы. Основы научных вычислений : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Е. Зализняк. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 356 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02714-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/431899>
6. Гильмутдинов Р.Ф., Численные методы : учебное пособие / Гильмутдинов Р.Ф. - Казань : Издательство КНИТУ, 2018. - 92 с. - ISBN 978-5-7882-2427-5 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788224275.html>

**Тема 1.** Предмет дисциплины. Исторические сведения о развитии раздела математики численные методы. Роль и место дисциплины численные методы в системе математического образования и прикладного компьютерного моделирования.

### Контрольные вопросы по разделу

1. Зачем нужны численные методы?
2. История возникновения численных методов и современное состояние.
3. Какие задачи решаются в рамках дисциплины численные методы?

### Раздел 2. Погрешности вычислений.

С теоретическим и практическим материалом по данной теме можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Вержбицкий В.М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. пособие / Вержбицкий Валентин Михайлович. - Москва : Высшая школа, 2001.
2. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики : учеб. пособие / Демидович Борис Павлович, И. А. Марон. - 7-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2009.

3. Численные методы : учебник и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.] ; под редакцией У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 421 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03141-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/431961>
4. Орешкова М.Н., Численные методы / Орешкова М.Н. - Архангельск : ИД САФУ, 2015. - 120 с. - ISBN 978-5-261-01040-1 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785261010401.html>
5. Зализняк, В. Е. Численные методы. Основы научных вычислений : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Е. Зализняк. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 356 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02714-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/431899>
6. Гильмутдинов Р.Ф., Численные методы : учебное пособие / Гильмутдинов Р.Ф. - Казань : Издательство КНИТУ, 2018. - 92 с. - ISBN 978-5-7882-2427-5 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788224275.html>

**Тема 2.** Приближенные числа.

**Тема 3.** Источник возникновения погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности.

#### **Контрольные вопросы по разделу**

1. Что называется неустранимой погрешностью?
2. Что такое погрешность метода.
3. Чем отличается округление отбрасыванием и симметричное округление? Каковы их погрешности.?
4. Погрешность сумма, разности, произведения частного?
5. Чем отличаются абсолютная и относительные погрешности?

#### **Задачи для самостоятельной работы по разделу**

1. В результате измерения некоторой величины получены следующие результаты: 4.8;5.0;4.9;4.8;5.0; Установить наилучшее приближение и границы абсолютной и относительной погрешности.
2. Вычислить относительную погрешность числа  $\pi$ , если используется для его вычисления 8 разрядный микрокалькулятор.
3. Округлить до 3 знаков после точки числа 24.00551. Вычислить абсолютную и относительную погрешности.
4. У приближенных чисел 36.7;2.489 все цифры верны в строгом смысле. Указать предельные абсолютные и относительные погрешности.
5. По заданному значению числа и его относительной погрешности установить количество цифр, верных в строгом смысле.
6. Исходные данные заданы цифрами, верными в строгом смысле. Вычислить и определить количество верных в строгом смысле цифр  $e^{2.01}$

### Раздел 3. Решение нелинейных уравнений

С теоретическим и практическим материалом по данной теме можно ознакомиться в следующих источниках:

- 1.Вержбицкий В.М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. пособие / Вержбицкий Валентин Михайлович. - Москва : Высшая школа, 2001.
- 2.Демидович Б. П. Основы вычислительной математики : учеб. пособие / Демидович Борис Павлович, И. А. Марон. - 7-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2009.
- 3.Численные методы : учебник и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.] ; под редакцией У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 421 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03141-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/431961>
- 4.Орешкова М.Н., Численные методы / Орешкова М.Н. - Архангельск : ИД САФУ, 2015. - 120 с. - ISBN 978-5-261-01040-1 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785261010401.html>
- 5.Зализняк, В. Е. Численные методы. Основы научных вычислений : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Е. Зализняк. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 356 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02714-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/431899>
- 6.Гильмутдинов Р.Ф., Численные методы : учебное пособие / Гильмутдинов Р.Ф. - Казань : Издательство КНИТУ, 2018. - 92 с. - ISBN 978-5-7882-2427-5 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788224275.html>

**Тема 4.** Метод половинного деления(дихотомии)

**Тема 5.** Метод простых итераций..

**Тема 6.** Метод хорд.

**Тема 7.** Метод Ньютона.

#### Контрольные вопросы по разделу

- 1.Как произвести начальное отделение корней?
- 2.Какими свойствами должна обладать функция, чтобы на отрезке  $[a;b]$  существовал единственный корень?
- 3.Как выбирается точка которая считается решение нелинейного уравнения после уточнения методом половинного деления?
- 4.Сколько потребуется итераций, чтобы на заданном отрезке  $[a;b]$  был найден корень с точностью  $\varepsilon > 0$  методом половинного деления?
5. Каковы условия применимости метода простой итерации?
6. Что называется сжимающим отображением?
- 7.Условия окончания работы метода простой итерации.
- 8.Каковы условия применимости метода хорд?
- 9.Как в методе хорд определяется конец отрезка  $[a;b]$ , который фиксируется?

10. Каковы условия применимости метода Ньютона?

11. Условия окончания работы метода Ньютона

### Задачи для самостоятельной работы по разделу

1. Найти меньший корень уравнения  $x^2 - 6x + 1 = 0$  методом половинного деления с точностью до  $\varepsilon = 0.001$ .
2. Найти меньший корень уравнения  $x^2 - 6x + 1 = 0$  методом хорд с точностью до  $\varepsilon = 0.001$ .
3. Найти меньший корень уравнения  $x^2 - 6x + 1 = 0$  методом простой итерации с точностью до  $\varepsilon = 0.0001$ .
4. Найти корень уравнения  $e^{-x} - x = 0$  методом простой итерации с точностью до  $\varepsilon = 0.001$ .
5. Найти корень уравнения  $e^{-x} - x = 0$  методом Ньютона с точностью до  $\varepsilon = 0.0001$ .
6. Найти меньший корень уравнения  $x^2 - 6x + 3 = 0$  методом половинного деления с точностью до  $\varepsilon = 0.001$ .
7. Найти меньший корень уравнения  $x^2 - 6x + 3 = 0$  методом хорд с точностью до  $\varepsilon = 0.001$ .
8. Найти меньший корень уравнения  $x^2 - 6x + 3 = 0$  методом простой итерации с точностью до  $\varepsilon = 0.001$ .
9. Найти корень уравнения  $e^{-2x} - x = 0$  методом Ньютона с точностью до  $\varepsilon = 0.0001$

### Раздел 4. Интерполяция функций.

С теоретическим и практическим материалом по данной теме можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Вержбицкий В.М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. пособие / Вержбицкий Валентин Михайлович. - Москва : Высшая школа, 2001.
2. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики : учеб. пособие / Демидович Борис Павлович, И. А. Марон. - 7-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2009.
3. Численные методы : учебник и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.] ; под редакцией У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 421 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03141-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/431961>
4. Орешкова М.Н., Численные методы / Орешкова М.Н. - Архангельск : ИД САФУ, 2015. - 120 с. - ISBN 978-5-261-01040-1 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785261010401.html>
5. Зализняк, В. Е. Численные методы. Основы научных вычислений : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Е. Зализняк. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 356 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02714-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/431899>
6. Гильмутдинов Р.Ф., Численные методы : учебное пособие / Гильмутдинов Р.Ф. - Казань : Издательство КНИТУ, 2018. - 92 с. - ISBN 978-5-7882-2427-5 - Текст : электронный //

ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL :  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788224275.html>

**Тема 8.** Понятие интерполяции.

**Тема 9.** Интерполяционный многочлен Лагранжа

**Тема 10.** Оценка погрешности интерполяции

**Тема 11.** Первый интерполяционный многочлен Ньютона

**Тема 12.** Второй интерполяционный многочлен Ньютона

### **Контрольные вопросы по разделу.**

1. Что называется задачей интерполяции и задачей аппроксимации?
2. Что называется узлами и шагом интерполяции?
3. Что такое интерполируемая функция и интерполирующая функция?
4. Существует ли связь между числом узлов интерполяции и степенью интерполяционного многочлена?
5. Что обеспечивает единственность решения полиномиального интерполирования?
6. Можно ли, используя одни и те же узлы интерполяции, построить несколько интерполяционных полиномов?
7. Сколько интерполяционных полиномов степени  $n$  существует, если функция задана  $(n + 1)$  узлом?
8. Изменится ли точность интерполяции при увеличении или уменьшении количества узлов?
8. Какой метод интерполяции позволяет обеспечить наименьшую погрешность при вычислении значения функции в точке  $x$ , находящейся в начале таблицы с равноотстоящими узлами?
9. Какой метод интерполяции позволяет обеспечить наименьшую погрешность при вычислении значения функции в точке  $x$ , находящейся в конце таблицы с равноотстоящими узлами?
10. Как изменится формула Лагранжа при добавлении в таблицу значений функции еще одного узла?
11. Какой степени является полином, полученный с использованием формулы Лагранжа при использовании  $n + 1$  узлов таблицы?



12. Если интерполируемая функция  $f(x)$  задана в  $(n + 1)$  равноотстоящих узлах, то для ее интерполяции удобнее использовать формулу Ньютона или формулу Лагранжа?
13. Какой степени является полином, полученный с использованием формулы Ньютона при использовании  $n + 1$  равноотстоящих узлов таблицы?
14. Можно ли при использовании формулы Лагранжа располагать узлы интерполяции в произвольном порядке?
15. Потребуется ли полный пересчет коэффициентов формулы Лагранжа при добавлении дополнительного узла интерполяции?
16. В чем заключается универсальность формулы Лагранжа?
17. От чего зависит точность интерполяции?
18. Можно ли при использовании интерполяционных формул Ньютона располагать узлы в произвольном порядке?
19. Что такое «конечные разности»?
20. Чему равен порядок конечной разности наивысшего порядка, полученный по  $n$  исходным точкам?
21. Что происходит с формулой Ньютона при добавлении очередного узла интерполяции?
22. Чем отличаются результаты интерполяции, если при построении интерполяционных полиномов по формулам Лагранжа и Ньютона были использованы одни и те же узлы?
23. Чему равна степень интерполяционного полинома Ньютона при трех заданных точках интерполируемой функции?
24. Если интерполируемая функция задана аналитическим выражением, требуется ли для решения задачи интерполяции предварительно рассчитать значения функции в узлах?

### Задачи для самостоятельной работы по разделу

1.

$x_i$	0	1	2	3
$y_i$	16	9	2	1

- а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа.  
 б) Найти значение в точке  $x=0.5$ .

2.

$x_i$	-1	0	1	2
$y_i$	3	4	9	12

- а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа.  
 б) Найти значение в точке  $x=0.5$ .

3.

$x_i$	0	1	2	3
$y_i$	16	9	2	1

- а) Построить первый интерполяционный многочлен Ньютона.  
б) Найти значение в точке  $x=0.3$ .

4.

$x_i$	-1	0	1	2
$y_i$	3	4	9	12

- а) Построить второй интерполяционный многочлен Ньютона.  
б) Найти значение в точке  $x=1.5$ .

5.

$x_i$	0	1	2	3
$y_i$	16	9	2	1

- а) Построить второй интерполяционный многочлен Ньютона.  
б) Найти значение в точке  $x=1.3$ .

$x_i$	-1	0	1	2
$y_i$	3	4	9	12

- а) Построить первый интерполяционный многочлен Ньютона.  
б) Найти значение в точке  $x=1.5$ .

### Раздел 5. Численное интегрирование.

С теоретическим и практическим материалом по данной теме можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Вержбицкий В.М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. пособие / Вержбицкий Валентин Михайлович. - Москва : Высшая школа, 2001.
2. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики : учеб. пособие / Демидович Борис Павлович, И. А. Марон. - 7-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2009.
3. Численные методы : учебник и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.] ; под редакцией У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 421 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03141-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/431961>
4. Орешкова М.Н., Численные методы / Орешкова М.Н. - Архангельск : ИД САФУ, 2015. - 120 с. - ISBN 978-5-261-01040-1 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785261010401.html>
5. Зализняк, В. Е. Численные методы. Основы научных вычислений : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Е. Зализняк. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 356 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-

534-02714-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/431899>

6. Гильмутдинов Р.Ф., Численные методы : учебное пособие / Гильмутдинов Р.Ф. - Казань : Издательство КНИТУ, 2018. - 92 с. - ISBN 978-5-7882-2427-5 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788224275.html>

**Тема 13.** Квадратурные формулы. Алгебраическая степень точности.

**Тема 14.** Формулы Ньютона-Котеса. Составные формулы квадратур.

**Тема 15.** Формулы правых, левых и средних прямоугольников.

**Тема 16.** Формула трапеций.

**Тема 17.** Формула Симпсона.

**Тема 18.** Оценка погрешности квадратурных формул.

**Тема 19.** Квадратурные формулы Гаусса.

### Контрольные вопросы по разделу.

1. Что такое шаг интегрирования?
2. По какой формуле вычисляется шаг равномерной сетки изменения  $x$  на отрезке  $[a;b]$ ?
3. Каким образом связана задача численного интегрирования и интерполяция?
4. Какое влияние оказывает уменьшение числа разбиений на отрезке  $[a;b]$  на погрешность интегрирования?
5. Каким образом вычисляется определенный интеграл в случае, если подынтегральная функция задана таблицей с переменным шагом?
6. Какой из изученных вами методов численного интегрирования обладает высшей степенью точности?
7. Зависит ли точность численного интегрирования от величины шага интегрирования?
8. Для чего предназначен метод двойного просчета?
9. Какие методы относятся к методам численного интегрирования?
10. Какой параметр должен быть известен, чтобы определить число разбиений отрезка  $[a;b]$  при решении задачи численного интегрирования?
11. Что представляет собой формула для вычисления элементарного интеграла по формуле трапеций?
12. Что представляет собой формула для вычисления элементарного интеграла по формуле Симпсона?
13. Как называется численное значение интеграла функции одной переменной?
14. Интерполяционным многочленом, какой степени заменяется подынтегральная функция в методе прямоугольников?
15. Интерполяционным многочленом, какой степени заменяется подынтегральная функция в методе трапеций?
16. Как называется метод численного интегрирования, в котором подынтегральная функция заменяется полиномом нулевой степени?
17. В каком методе для вычисления интеграла необходимо выбрать количество интервалов разбиения кратное двум?
18. В каком методе при вычислении интеграла с заданной точностью потребуется меньшее количество интервалов разбиения?
19. Какой метод позволяет обеспечить вычисление интеграла с заданной точностью?
20. В каком методе численного интегрирования подынтегральная функция заменяется квадратичным полиномом?

21. Какой метод численного интегрирования даст точный результат, если подынтегральная функция имеет вид  $f(x) = x^2$ ?
22. Какой метод интегрирования наилучшим образом подходит для вычисления интеграла линейной функции?
23. Обеспечивают ли методы трапеций и метод средних прямоугольников точность одного порядка?
24. Какой из известных вам методов интегрирования обладает наименьшей точностью?
25. Сколько шагов интегрирования содержит элементарный отрезок интегрирования в методе Симпсона?
26. Какому числу кратно количество интервалов разбиения в методе Симпсона?
27. Позволяет ли метод прямоугольников получить точное значение интеграла, если подынтегральная функция – полином 0-й степени?

### Задачи для самостоятельной работы по разделу

1. Вычислить  $\int_0^1 (x^2 + x + 1)dx$  методом левых прямоугольников, взяв 10 точек разбиения.

Найти абсолютную и относительную погрешности.

2. Вычислить  $\int_0^1 (x^2 + x + 1)dx$  методом трапеций, взяв 10 точек разбиения.

Найти абсолютную и относительную погрешности.

3. Вычислить  $\int_0^1 (x^2 + x + 1)dx$  методом Симпсона, взяв 10 точек разбиения.

Найти абсолютную и относительную погрешности

4. Вычислить  $\int_0^1 x^4 dx$  методом Симпсона, взяв 10 точек разбиения.

Найти абсолютную и относительную погрешности.

5. Вычислить  $\int_0^1 x^4 dx$  методом трапеций, взяв 10 точек разбиения.

Найти абсолютную и относительную погрешности.

6. Вычислить  $\int_0^1 x^4 dx$  методом средних прямоугольников, взяв 8 точек разбиения.

Найти абсолютную и относительную погрешности.

7. Вычислить  $\int_0^1 x^4 dx$  методом правых прямоугольников, взяв 8 точек разбиения.

Найти абсолютную и относительную погрешности.

8. Вычислить  $\int_0^1 x^4 dx$  методом Гаусса.

Найти абсолютную и относительную погрешности. Отрезок  $[0;1]$  разбить на 4 части.

## **Раздел 6. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.**

С теоретическим и практическим материалом по данной теме можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Вержбицкий В.М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. пособие / Вержбицкий Валентин Михайлович. - Москва : Высшая школа, 2001.
2. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики : учеб. пособие / Демидович Борис Павлович, И. А. Марон. - 7-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2009.
3. Численные методы : учебник и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.] ; под редакцией У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 421 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03141-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/431961>
4. Орешкова М.Н., Численные методы / Орешкова М.Н. - Архангельск : ИД САФУ, 2015. - 120 с. - ISBN 978-5-261-01040-1 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785261010401.html>
5. Зализняк, В. Е. Численные методы. Основы научных вычислений : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Е. Зализняк. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 356 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02714-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/431899>
6. Гильмутдинов Р.Ф., Численные методы : учебное пособие / Гильмутдинов Р.Ф. - Казань : Издательство КНИТУ, 2018. - 92 с. - ISBN 978-5-7882-2427-5 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788224275.html>

**Тема 20.** Постановка задачи Коши.

**Тема 21.** Метод Эйлера решения ОДУ

**Тема 22.** Методы Рунге-Кутты второго и четвертого порядков.

**Тема 23.** Многошаговые методы. Явные и неявные методы Адамса решения ОДУ.

### **Контрольные вопросы по разделу.**

1. Сформулируйте задачу Коши для одного дифференциального уравнения первого порядка.
2. Назовите основные приближенные методы решения задачи Коши для ОДУ первого порядка.
3. Перечислите основные свойства одношаговых методов. Укажите их

достоинства и недостатки.

4. Перечислите основные свойства многошаговых методов. Дайте их сравнительную характеристику по сравнению с одношаговыми методами.
5. Как получить приближенное решение задачи Коши для ОДУ?
6. Как получить приближенное решение задачи Коши для уравнений высших порядков?
7. Чем отличается метод Эйлера от модифицированного метода Эйлера.
8. Чем отличается метод Рунге-Кутты 2-го порядка от метода Рунге-Кутты 4-го порядка.

### Задачи для самостоятельной работы по разделу

1. Найти частное решение дифференциального уравнения  $y' = y$ , удовлетворяющее начальному условию  $y(0) = 1$  (задача Коши).
2. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения  $y' = y; y(0) = 1$  явным методом Адамса 2-го порядка на отрезке  $[0,1]$  с шагом 0.25.
3. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения  $y' = y; y(0) = 1$  явным методом Адамса 3-го порядка на отрезке  $[0,1]$  с шагом 0.25.

### Раздел 7. Аппроксимация данных. Сплайны.

С теоретическим и практическим материалом по данной теме можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Вержбицкий В.М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. пособие / Вержбицкий Валентин Михайлович. - Москва : Высшая школа, 2001.
2. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики : учеб. пособие / Демидович Борис Павлович, И. А. Марон. - 7-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2009.
3. Численные методы : учебник и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.] ; под редакцией У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 421 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03141-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/431961>
4. Орешкова М.Н., Численные методы / Орешкова М.Н. - Архангельск : ИД САФУ, 2015. - 120 с. - ISBN 978-5-261-01040-1 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785261010401.html>
5. Зализняк, В. Е. Численные методы. Основы научных вычислений : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Е. Зализняк. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 356 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02714-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/431899>
6. Гильмутдинов Р.Ф., Численные методы : учебное пособие / Гильмутдинов Р.Ф. - Казань : Издательство КНИТУ, 2018. - 92 с. - ISBN 978-5-7882-2427-5 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788224275.html>

**Тема 24.** Метод наименьших квадратов

**Тема 25.** Определение сплайна. Кубические сплайны.

**Контрольные вопросы по разделу.**

1. Что называется сплайном?
2. Чем сплайн отличается от интерполяционного многочлена?
3. Чем отличается МНК от интерполяции?

**Задачи для самостоятельной работы по разделу**

1.

$x_i$	1	2	3	4	5
$y_i$	0.5	2	5	8	12

Найти наилучшую степенную функцию  $y = ax^m$  в смысле метода наименьших квадратов.

Построить график этой функции вместе с заданными точками.